

IFT 603-712 : Devoir 3

Travail par équipe de 3

Remettez votre solution aux numéros 1 et 2 en format pdf ou manuscrit (et scanné) via [turninweb](#). Même chose pour le code.

1- [2 points] Prouvez qu'à l'aide de la représentation duale, la solution à l'équation de la régression linéaire de type maximum a posteriori (voir Eq.(1.67) et (6.2) de Bishop)

$$J(\vec{w}) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (\vec{w}^T \vec{\phi}(x) - t_n)^2 + \frac{\lambda}{2} \vec{w}^T \vec{w}$$

est donnée par l'équation (6.9) du livre de Bishop. **NOTE** : la simple énumération des équations (6.2) à (6.9) est insuffisante. Vous devez expliciter le contenu de chaque variable et clairement exprimer la transition entre chaque équation.

2- [2 points] Dites ce qu'est un vecteur de support et en quoi il contribue à la fonction de prédiction $y_w(\vec{x})$. Expliquez également le lien qu'il y a entre l'erreur de Hinge (la Hinge loss) et la machine à vecteurs de support.

3- [1 point] Soit des données d'entraînement appartenant à deux classes. Dites comment à l'aide d'une matrice de Gram et d'une régression logistique, il est possible de classifier des données de façon non linéaire. Pour cette question, vous ne pouvez PAS utiliser de méthode à noyau (comme dans le code de la question 4) pour effectuer la classification. Vous devez proposer une méthode qui n'utilise que les données d'entraînement, la matrice de Gram associé et une régression logistique.

4- [5 points] Programmez un algorithme de classification non linéaire à noyaux et dont la fonction d'erreur est celle du maximum a posteriori exprimée à l'équation (6.2) du livre de Bishop. Pour ce faire, vous devez télécharger le fichier **zip** du site web du cours.

L'algorithme doivent être implémenté à l'intérieur de la classe **MAPnoyau**, dans le fichier **map_noyau.py** qui contient déjà une ébauche. Vous devez également calculer l'erreur de classification et de validation dans la fonction **main()**. Aussi, afin de réduire au maximum l'erreur de validation, il vous faut faire une sélection de paramètres de type « *grid search* » (ne pas utiliser les fonctions de sklearn). Veuillez-vous référer aux commentaires sous la signature de chaque méthode de la classe **MAPnoyau** afin d'avoir plus de détails quant à leur implantation. Vous devez implémenter quatre noyaux, soient

$$\begin{aligned} \text{Linéaire : } & k(x, x') = x^T x' \\ \text{Rbf : } & k(x, x') = \exp\left(-\frac{\|x - x'\|^2}{2\sigma^2}\right) \\ \text{Polynomial : } & k(x, x') = (x^T x' + c)^M \\ \text{Sigmoidal : } & k(x, x') = \tanh(b x^T x' + d) \end{aligned}$$

À noter que votre implémentation doit être efficace et utiliser les fonctionnalités de la librairie Numpy.

NOTE : dans le fichier pdf que vous remettrez, inclure un **résultat graphique** illustrant un cas de sur-apprentissage ainsi qu'un cas de sous-apprentissage. Dans les deux cas, veuillez préciser les paramètres utilisés.

Note 1 : bien que vide, le code de la classe **MAPnoyau** s'exécute déjà. Pour vous en convaincre, vous n'avez qu'à taper la commande suivante dans un terminal :

```
python3 non_lineaire_classification.py rbf 100 10 0 0
```

Note 2 : le code des devoirs (ainsi que des notebooks) a été testé avec python 3.7.2. Pour faire fonctionner votre code sur les ordinateurs du département, vous devez

1. démarrer une session linux (ubuntu)
2. démarrer un terminal
3. normalement, si vous démarrez une session ipython (tapez ipython dans le terminal) vous

verrez « Python 3.7.2 » ou plus.

Note 3 : il est recommandé de rédiger son code dans un ide comme *spyder* ou *pycharm*.

Note 4 : pour exécuter le code des notebooks disponibles sur le site web du cours, vous devez taper la commande « jupyter notebook » dans un terminal.

Note 5 : en plus de votre code, veuillez soumettre un fichier "gitlab.txt" dans lequel vous donnez le lien vers votre dépôt gitlab. Il est obligatoire d'utiliser le service gitLab de l'université (gitHub, Bitbucket, etc. sont interdits.)

Note 6 : en plus de vos documents de travail, vous devez remplir, signer et joindre à votre travail le formulaire d'intégrité disponible sur le site web du cours.

Note 7 : en plus de vos documents de travail, vous devez remplir et joindre à votre travail votre agenda d'équipe disponible sur le site web du cours.